

Introducción a las representaciones de posets

Isaías David Marín Gaviria¹
Jornada de Álgebra y Aplicaciones - El Salvador 2021
Diciembre 13 al 17 de 2021 de manera virtual

Resumen

La teoría de representación de posets ordinarios nació y se desarrolló en la escuela de Kiev en la década de los 70 con el objetivo de clasificar álgebras. Dicha clasificación se obtuvo aplicando los diferentes algoritmos de diferenciación. Por ejemplo, el criterio para posets de tipo de representación finita fue obtenido por M. Kleiner en 1972 utilizando el algoritmo de diferenciación con respecto a un punto maximal introducido por L. A. Nazarova y A. V. Roiter en el mismo año. Las propiedades categóricas de tal algoritmo fueron dadas por P. Gabriel en 1973 [3, 4] fundando así una nueva línea de investigación en la teoría de algoritmos de diferenciación que son funtores que permiten establecer una equivalencia entre las categorías involucradas en el proceso de diferenciación. Dichos funtores constituyen la principal herramienta para clasificar posets de diferentes tipos.

En 2000 A. V. Zabarilo y A. G. Zavadskij introdujeron posets equipados y dieron criterios para clasificar estos posets de un parámetro, poco después en 2003 A. G. Zavadskij clasificó posets equipados del tipo de representación mansa mediante el uso de algoritmos de diferenciación DI, DVII-DXVII para posets equipados con involución. En particular, A. G. Zavadskij publicó en 2005 un criterio de tipo de representación de crecimiento finito, para ello utilizó los algoritmos de diferenciación DVII-DIX [8, 9].

En este cursillo, presentaremos una breve descripción de esta teoría, mostrando algunos de los criterios obtenidos así como de los algoritmos de diferenciación usados para obtener estos criterios. También se presentarán las representaciones asociadas a los posets y las respectivas categorías de representaciones y los funtores entre ciertas categorías cocientes resultantes de este proceso.

También se presentarán algunas aplicaciones de la teoría de representación de posets a diferentes campos de la matemática. Por ejemplo, en teoría de números, se da un avance en la solución de un problema relacionado con composiciones de números propuesto por G.E. Andrews. También se presenta una categorificación de los números de Delannoy [2] en el sentido de C.M. Ringel y P. Fahr. Por otro lado, por medio de la aplicación de las matrices de Krawtchouk-Zavadskij o KZ-matrices se dan soluciones explícitas a sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales de

¹Pocisión Posdoctoral Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, imaringa@unal.edu.co

la forma $X'(t) - X^2(t)A = A$, (donde A es una $l \times l$ -matriz conveniente de enteros). Tal solución aparece de la introducción de una interpretación del Cálculo clásico, el cual se ha llamado el Cálculo de Zavadskij [1], basado en KZ -matrices y algunas de sus propiedades probadas por A.G. Zavadskij en [11]. Finalmente, por medio del algoritmo de diferenciación D-VII para posets equipados se presentan un par de aplicaciones, la primera es en el procesamiento de imágenes y la segunda es el modelado de la acción de un virus y un antivirus en una red de computadores.

Referencias

- [1] A.M. Cañadas and I.D.M. Gaviria, *The Zavadskij's Calculus*, JP Journal of Algebra, Number Theory and Applications **44** (2019), no. 2, 211–227.
- [2] A.M. Cañadas, I.D.M. Gaviria, and H. Giraldo, *Representation of equipped posets to generate Delannoy numbers*, Far East Journal of Mathematical Sciences **102** (2017), no. 8, 1677–1695.
- [3] P. Gabriel, *Représentations indécomposables des ensembles ordonnés*, Semin. P. Dubreil, 26 annee 1972/73, Algebre, Expose **13** (1973), 301–304.
- [4] M.M. Kleiner, *Partially ordered sets of finite type*, Zap. Nauchn. Semin. LOMI **28** (1972), 32–41 (in Russian); English transl., J. Sov. Math **3** (1975), no. 5, 607–615.
- [5] L.A. Nazarova and A.V. Roiter, *Representations and forms of weakly completed partially ordered sets*, Linear algebra and representation theory, Akad. Nauk Ukrain. SSR Inst. Mat., Kiev (1977), 19–55 (Russian).
- [6] A.G. Zavadskij, *Differentiation with respect to a pair of points*, Matrix problems, Collect. sci. Works. Kiev (1977), 115–121 (in Russian).
- [7] ———, *The Auslander-Reiten quiver for posets of finite growth*, Topics in Algebra, Banach Center Publ. **26** (1990), Part 1, 569–587.
- [8] ———, *Tame equipped posets*, Linear Algebra Appl. **365** (2003), 389–465.
- [9] ———, *Equipped posets of finite growth*, Representations of Algebras and Related Topics, AMS, Fields Inst. Comm. Ser. **45** (2005).
- [10] ———, *On two point differentiation and its generalization*, Algebraic Structures and their Representations, AMS, Contemporary Math. Ser. **376** (2005).
- [11] ———, *On the Kronecker Problem and related problems of Linear Algebra*, Linear Algebra and Its Applications **425** (2007), 26–62.

Finite groups and Brauer configurations

Alex Sierra Cárdenas

Key words and phrases: Finite groups, cyclic groups, Brauer configuration induced by a finite group.

Abstract

In this minicourse we initially study the basic aspects of the finite group theory, such as subgroups, order of a group, order of an element, etc. We also present a complete exposition of the properties and features of the finite cyclic groups. Then, we define a Brauer configuration and show that any finite group of an order different from a prime number induces a family of Brauer configurations. The concept of *subgroup-occurrence* of an element in a group is then introduced, and using some aspects of the representation theory of a Brauer configuration algebra we demonstrate some combinatorial relations satisfied by a finite group.

References

- [GS] Green, E. L., Schroll, S., *Brauer Configuration Algebras: A Generalization of Brauer Graph Algebras*, Bull. Sci. math., **141**, 2017, 539-572.
- [S] Sierra, A., *Introducción a la teoría de grupos*, Notas de clase del curso Álgebra I de la Universidad Federal do Pará.
- [S2] Sierra, A., *The Dimension of the center of a Brauer configuration algebra*, Journal of Algebra, **510**, 2018, 289-318.
- [S3] Sierra, A., *The Cartan matrix of a Brauer configuration algebra*, 2018, available in <http://arxiv.org/pdf/1808.03194.pdf>