Función exponencial en la vida cotidiana
2^{64}, historias y aplicaciones

Mario Alberto Villalobos Arias

Escuela de Matemática
Universidad de Costa Rica e
Instituto Tecnológico de Costa Rica
mario.villalobos@ucr.ac.cr, marvillalobos@itcr.ac.cr

Universidad de El Salvador

2025

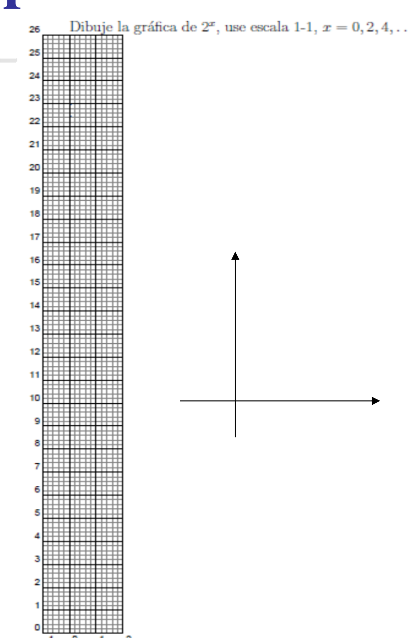
MATEMÁTICA Y SU DIDÁCTICA 2025

Grafiquemos la función exponencial

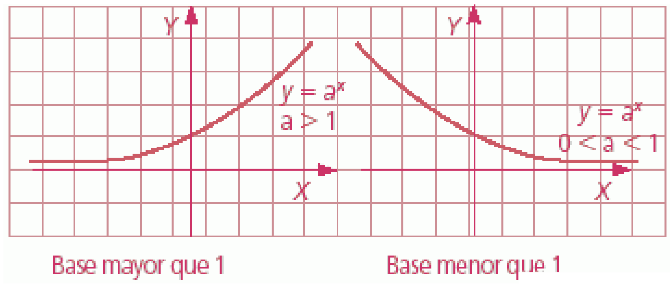
- <u>Crecimiento exponencial</u>
- Grafiquemos la función
- $y = e^x$ o $y = 2^x$

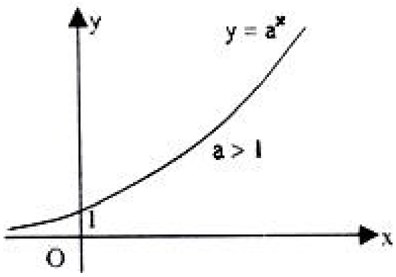
Usen la hoja

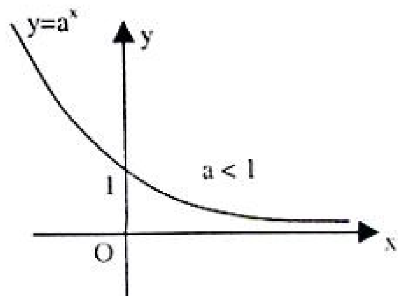
¿Qué es la función exponencial?



Algunos Gráficos de la función exponencial en Internet







Grafiquemos la función exponencial

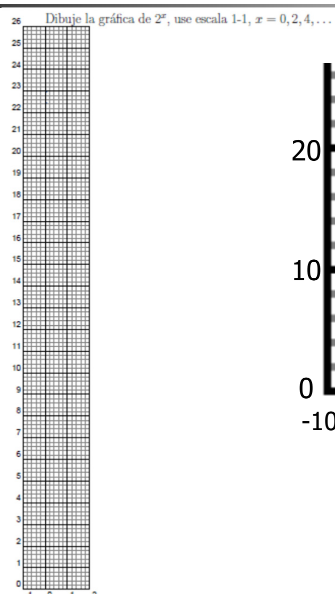
- Usemos el celular para graficar 2^x
- *Yo tengo la aplicación*

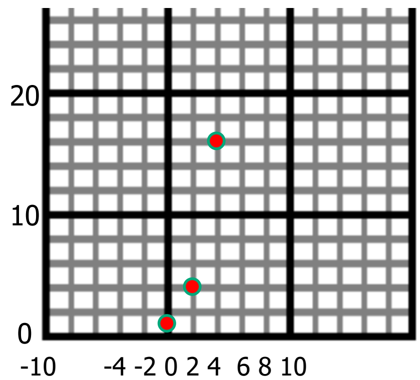
Algeo

Utilicen el papel cuadriculado

y escala 1-1

Grafiquemos la función exponencial





La función exponencial

- ¿Cómo se define la función exponencial?
- *Veamos algunas definiciones en Internet*

$$a^n = a\ a \ldots a$$

$$Pero\ \ ¿\,2^{1/2} = ?$$

$$o$$

$$¿\,2^{\sqrt{2}} = ?$$

La función exponencial

$a^{m+n}=$

$$=a^m a^n$$

Esta es la propiedad principal

La conmutatividad de "="

$$\frac{a+b}{c}=$$

$$=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

Historias sobre 2^{64}

"El divertido Juego de las Matemáticas"

Leyendas:

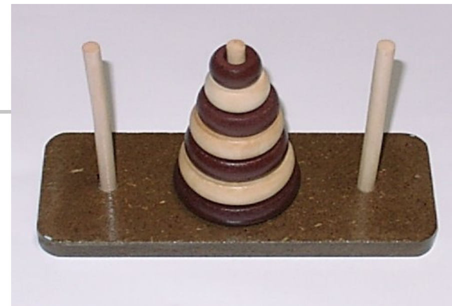
- Torres de Hanoi

- Historia del ajedrez

Y

- Doblando papel

Torres de Hanoi



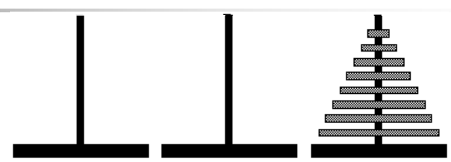
- **Reglas:**
  - Sólo una pieza cada vez
  - No se puede colocar una pieza más grande encima de una menor

Leyenda del fin del mundo

- 3 varillas de diamante y 64 aros de oro

Terminen $\Rightarrow$ Fin del Mundo.

Torres de Hanoi ¿Cuántos movimientos?



$$m_n = 2\, m_{n-1} + 1$$

$$m_n = 2\,(\,2m_{n-2} + 1\,) + 1 = \ldots.$$

$$\ldots = 2^{n-1} + \ldots + 2^2 + 2 + 1$$

suma geométrica

$$= 2^n - 1.$$

- $n = 64 \quad \Rightarrow \quad 2^{64} - 1$

$$2^{64} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616$$

¿será cierto?

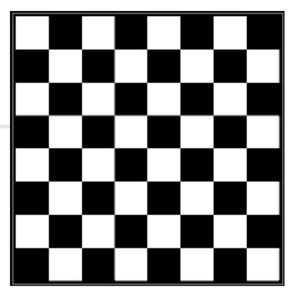
Historia del ajedrez

- Sesa le enseña al "Sultán"
- Sultán agradecido

  ⇒ pida lo que quiera.
- Y entonces le pide trigo.

(granos de trigo)

¿Cuántos granos?



cuadro	1	2	3	4	…	64
granos	1	2	4	8	…	2^{63}

¿Cuántos granos?

cuadro	1	2	3	4	…	64
granos	1	2	4	8	…	2^{63}

$1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{63}$

suma geométrica

$$= 2^{64} - 1$$

$$2^{64} = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 616$$

¿Cómo calcularlo?

Doblando papel

- ¿Cuántas veces podemos doblar un papel?
- El número de hojas en el dobles n : $D(n)$

$$D(n+1) = 2^*D(n)$$

$$\Rightarrow \qquad D(n) = 2^n$$

Si doblamos 64 veces (si se pudiera)

$$D(64) = 2^{64} = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 616$$

¿Qué tan grande o alto es?

Las preguntas

¿Cómo se define la función exponencial?

¿*como definimos* $2^{1/2}$ *o* $2^{\sqrt{2}}$?

Las preguntas

2^{64} = 18 446 744 073 709 551 616

¿será cierto?

Calculémoslo

¿Cómo calcularlo?

¿Qué tan grande es?

¿Cómo calcularlo?

2^{64} = 18 446 744 073 709 551 616

¿Cómo calcularlo? 

¡Con una calculadora! 

¿Con una calculadora? 

La función exponencial

¿Cómo se define la función exponencial?

$¿\,como\ calculamos\ 2^{1/2} o\ 2^{\sqrt{2}}?$

La funcion exponencial satisface la identidad multiplicativa fundamental para todo . Esta identidad se extiende a los exponentes de valores complejos. Se puede mostr

La función exponencial

¿Cómo se define la función exponencial?

https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_exponencial

$$\exp(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \cdots$$

La funcion exponencial satisface la identidad multiplicativa fundamental para todo . Esta identidad se extiende a los exponentes de valores complejos. Se puede mostr

La función exponencial

¿Cómo se define la función exponencial?

La función exponencial satisface la identidad multiplicativa fundamental $e^{x+y} = e^x e^y$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$. Esta identidad se extiende a los exponentes de valores complejos. Se puede mostrar que cada solución continua, distinta de cero, de la ecuación funcional $f(x+y) = f(x)f(y)$ es una función exponencial, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto b^x$ con la identidad multiplicativa fundamental, junto con la definición del número *e* como e^1, muestra que $e^n = \underbrace{e \times \cdots \times e}_{n \text{ términos}}$ para enteros positivos *n* y relaciona la

La función exponencial

¿Cómo se define la función exponencial?

La propiedad principal de la función exponencial

$$\forall x, y \in I\!R: f(x+y) = f(x)f(y)$$

Entonces

$$\forall x \in I\!R: \quad f(x) = b^x$$

Con $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{f}(\mathbf{1})$

[illegible] se extiende a los exponentes de valores complejos. Se puede mostr

La función exponencial

$$\forall x, y \in I\!R: f(x+y) = f(x)f(y)$$

1) $a^0 = 1$

2) $a^1 = a$

3) $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$

4) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

5) $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

6) $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

7) $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

8) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

9) $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

La función exponencial

$\forall x, y \in \mathbb{R}: f(x+y) = f(x)f(y)$

$¿como\ definimos\ 2^{1/2} o\ 2^{\sqrt{2}}?$

Es tema de otro taller completo !!!!

1) $a^0 = 1$
2) $a^1 = a$
3) $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
4) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
5) $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
6) $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
7) $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$
8) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$
9) $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Un problema con las calculadoras

"producto grande"

$7893982017 \cdot 1652738747 \approx$

$1.3046689950 \times 10^{19}$

13 046 689 950 000 000 000

$\mathbf{2^{64} \approx 1.8\,446\,744\,07 \times 10^{19}}$

= 18 446 744 070 000 000 000

$2^{40} \approx 1\,099\,511\,627\,000$

$2^{32} \approx 4\,294\,967\,295$

? ? ? ? ?

Un problema con las calculadoras

con la calculadora de mi teléfono

$2^{29} = \quad 536\ 870\ 912$

$2^{30} = 1\ 073\ 741\ 824$

$2^{30} \approx 1\ 073\ 741\ 820$

Con hoja de cálculo:

$2^{49} = \quad 562\ 949\ 953\ 421\ 312$

$2^{50} = 1\ 125\ 899\ 906\ 842\ 620$

Un problema con las calculadoras computadoras y programas

Con mi teléfono sí pude.

Con mi computadora y un programa.

Consideremos ahora este problema:

$$p(x) = \prod_{i=1}^{30} (x - i) =$$

$$(x-1)(x-2)\ldots(x-30) = 0$$

Con una computadora y el Software MATLAB

Desarrolle y luego resuelva

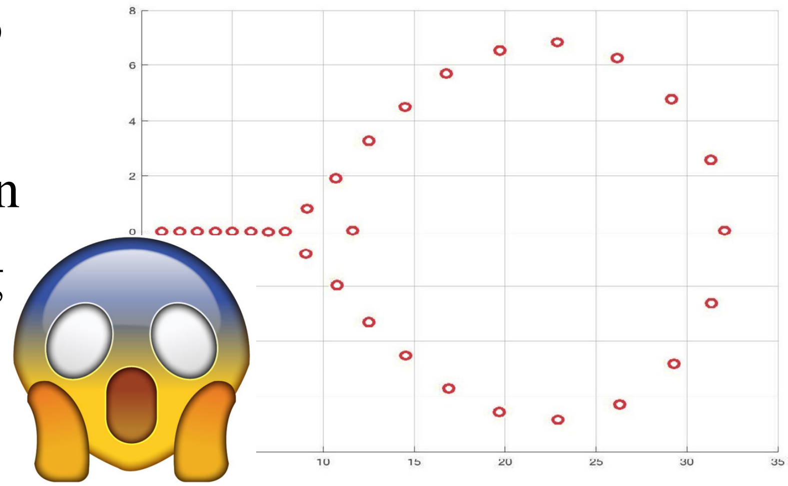
Un problema con las calculadoras computadoras y programas

$$p(x) = (x-1)(x-2)\ldots(x-30) = 0$$

MatLab

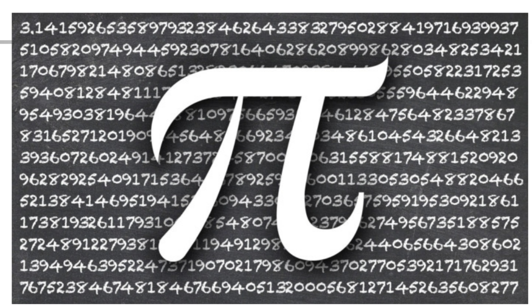
Esteban

Boeing



Un problema con las calculadoras y computadoras

Los números Reales son infinitos y con representación infinita



- Las calculadoras y computadoras son finitas
- La representación es discreta
- 10, 12 o 16 dígitos

Una forma de calcularlo

2^{64} **= 18 446 744 073 709 551 616**

¡Con una calculadora!

¡y con los conocimientos de matemática
de 3ro de secundaria!

Preliminares

- $ab + ac = a(b + c)$
- $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
- $(ax + b)^2 = a^2 x^2 + 2abx + b^2$ $\forall\ a\ \ b\ \ c\ \ d\ \ x \in \mathbb{R}$
- $b^{m+n} = b^m b^n$ y $b^{mn} = (b^m)^n$ $\forall\ m\ \ n \in \mathbb{N}\ \ b \in \mathbb{R}$
- $a = a_n 10^n + \ldots + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$ $\forall\ a \in \mathbb{N}$
- **7893982017 =**

$\mathbf{7} \cdot 10^9 + \mathbf{8} \cdot 10^8 + \mathbf{9} \cdot 10^7 + \mathbf{3} \cdot 10^6 + \mathbf{9} \cdot 10^5 + \mathbf{8} \cdot 10^4 + \mathbf{2} \cdot 10^3 + \mathbf{0} \cdot 10^2 + \mathbf{1} \cdot 10 + \mathbf{7}$

$\mathbf{7893982017 = 7} \cdot (10^3)^3 + \mathbf{893} \cdot (10^3)^2 + \mathbf{982} \cdot 10^3 + \mathbf{017}$

Algunos Resultados Básicos

Proposición 1: Para cualquier $n \in IN$

$10^n - 1$ es el número de n dígitos más grande.

Ejemplo: $10^7 - 1 = 9999999$.

Proposición 2: Sean $n, m \in IN$

El producto de un número n dígitos por otro de m dígitos tiene a lo sumo $m+n$ dígitos.

Proposición 3: Para cualquier $n \in IN$

2^n tiene como último dígito un número par diferente de 0.

La idea de la solución

Números en base 10^k

Por ejemplo en base 10^5

$$7893982017 = (\ 78939 \cdot 10^5 + 82017)$$

Para las potencias sus propiedades

$2^{64} = 2^{40+24} \equiv$

$$= 2^{40} \cdot 2^{24} = (2^{20})^2 \cdot 2^{24}$$

El cálculo de los números “grandes”

“producto grande”

$$7893982017 = (78939 \cdot 10^5 + 82017)$$

$$1652738747 = (16527 \cdot 10^5 + 38747)$$

$$\Rightarrow 7893982017 \cdot 1652738747$$

$$= (78939 \cdot 10^5 + 82017) \cdot (16527 \cdot 10^5 + 38747)$$

$$= 78939 \cdot 16527 \ (10^5)^2$$

$$+ \ (78939 \cdot 38747 + 82017 \cdot 16527)\ 10^5$$

$$+ \ 82017 \cdot 38747$$

El cálculo del producto grande

$$78939 \cdot 16527 = 1304624853$$

$$78939 \cdot 38747 = 3058649433$$

$$82017 \cdot 16527 = 1355494959$$

$$82017 \cdot 38747 = 3177912699$$

$$\Rightarrow$$

$$=1304624853\ (10^5)^2 + 4414144392 \cdot 10^5 + 3177912699$$

$$=1304624853 \cdot 10^{10} + 4414144392 \cdot 10^5 + 3177912699$$

El cálculo del producto grande

$$
\begin{array}{lcr}
1304624853 \cdot 10^{10} & \rightarrow & 13\ 046\ 248\ 530\ 000\ 000\ 000 \\
4414144392 \cdot 10^{5} & \rightarrow & 441\ 414\ 439\ 200\ 000 \\
3177912699 & \rightarrow & +\quad 3\ 177\ 912\ 699 \\
\hline
 & & 13\ 046\ 689\ 947\ 617\ 112\ 699
\end{array}
$$

7 893 982 017 · 1 652 738 747

= 13 046 689 947 617 112 699

Cálculo de 2^{40}

$$2^{40} = (2^{20})^2 = (1048576)^2$$

$$= (10 \cdot 10^5 + 48576\ )^2.$$

$$= 10^2 \cdot (10^5)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 48576 \cdot 10^5 + (48576)^2$$

$$= 100 \cdot 10^{10} + 971520 \cdot 10^5 + 2359627776$$

$$
\Rightarrow \quad
\begin{array}{r}
1\ 000\ 000\ 000\ 000 \\
97\ 152\ 000\ 000 \\
+ \quad 2\ 359\ 627\ 776 \\
\hline
1\ 099\ 511\ 627\ 776
\end{array}
$$

$$\mathbf{2^{40} = 1\ 099\ 511\ 627\ 776}$$

Cálculo de 2^{64}

$$2^{64} = 2^{40} \cdot 2^{24}$$

$$2^{40} = 1\ 099\ 511\ 627\ 776, \quad 2^{24} = 16\ 777\ 216$$

$$\Rightarrow 2^{64} = 109\ 95116\ 27776 \cdot 167\ 77216$$

$$=\{109\cdot(10^5)^2+95116\cdot 10^5+27776\}\cdot\{167\cdot 10^5+77216\}$$

$$= 109 \cdot 167 \cdot (10^5)^3+(109 \cdot 77216 +95116\cdot 167)\ (10^5)^2$$

$$+ (95116 \cdot 77216 + 27776\cdot 167\ )10^5 + 27776 \cdot 77216$$

Cálculo de 2^{64}

$$109 \cdot 167 = 18203$$

$$109 \cdot 77216 + 95116 \cdot 167 = 24300916$$

$$95116\cdot 77216 + 27776 \cdot 167 = 7349115648$$

$$27776 \cdot 77216 = 2144751616$$

$$2^{64} = 18203 \cdot 10^{15} + 24300916 \cdot 10^{10}$$

$$+ 7349115648 \cdot 10^5 + 2144751616$$

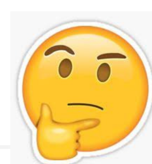
Cálculo de 2^{64}

$$2^{64} = 18203 \cdot 10^{15} + 24300916 \cdot 10^{10} + 7349115648 \cdot 10^{5} + 2144751616$$

$$\begin{array}{lr} & 18\,203\,000\,000\,000\,000\,000 \\ & 243\,009\,160\,000\,000\,000 \\ & 734\,911\,564\,800\,000 \\ + & 2\,144\,751\,616 \\ \hline & 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616 \end{array}$$

$$\mathbf{2^{64} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616}$$

¿Qué tan grande es?



$$\mathbf{2^{64} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616}$$

Gráfico de la función

$$y = e^x \quad \text{o} \quad y = 2^x$$

¿Cómo les quedo el gráfico?

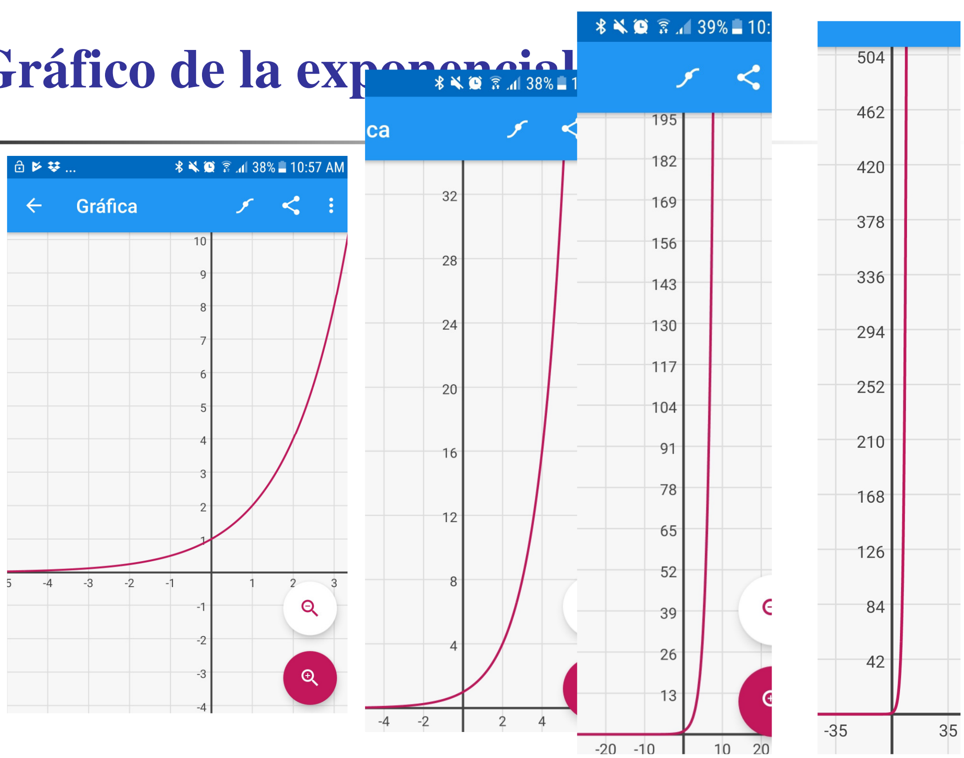
papel cuadriculado y escala 1-1

Gráfico de la exponencial

- Si usamos el celular para graficar 2^x

Algeo

Gráfico de la exponencial



¿Qué tan grande es?

2^{64} = 18 446 744 073 709 551 616

Ajedrez

¿Cuánto trigo?

Torres de Hanoi

¿Cuánto tiempo?

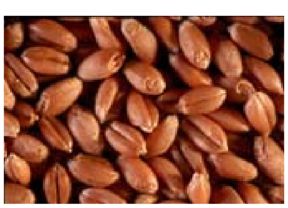
Doblando papel

¿Cuánta altura?

Leyenda del ajedrez

2^{64} = 18 446 744 073 709 551 615 granos

- 1 m^3 = 15 000 000 de granos
- 1 229 782 938 247 m^3
- 1 229.78 Km^3
- Granero de 10m x 4m = 40 m^2
- Longitud 30 744 573 456 metros
- o 30 744 573 Km



2 veces la distancia al sol

149 597 871 Km

Leyenda del fin del mundo

Un segundo por movimiento

- **18 446 744 073 709 551 615** Segundos
- ÷ 60 → 307 445 734 561 825 860 Minutos
- ÷ 60 → 5 124 095 576 030 431 Horas
- ÷ 24 → 213 503 982 334 601 Días
- ÷365.25→ 584 542 046 090 Años
- ÷ 100 → 5 845 420 461 Siglos
- *Tierra* → *4.5 y 5 000 000 000 de años.*
- *El Universo* → *13 800 000 000 de años*

Doblando papel

¿Qué pasa si doblas un papel 50 veces?

- 24 **veces** su grosor mayor al 1,5 kilómetros.
- 30 pliegues

  nos llevarían al espacio

  sobrepasando los 100 kilómetros.
- En 42 pliegues llegaríamos a la luna y
- en 51 al sol.

Doblando papel

64 veces 18 446 744 073 709 551 616 hojas

- ÷ 100 → 184 467 440 737 095 516 cm
- ÷ 100 → 1 844 674 407 370 955 metros
- ÷1000 → 1 844 674 407 370 Km

- *Distancia*
  - *a la luna → 384 400 Km*
  - *al sol → 149 597 871 Km*
  - *a Plutón → 5 934 456 500 Km*

Doblando papel

Record mundial

https://youtu.be/vPFnIotfkXo

https://www.youtube.com/watch?v=ZQ0QWn7Z-IQ

https://www.youtube.com/watch?v=vPFnIotfkXo&feature=youtu.be

Aplicaciones

- Crecimiento de Poblaciones
- En finanzas,
  - **concesión de obra pública**

    (el costo la construcción de carreteras y muelles en Costa Rica, etc.)
  - El préstamo de mi casa,
  - los intereses de las tarjetas de crédito,
  - Pronóstico de crecimiento de poblaciones

Crecimiento de Poblaciones

- *¿Cómo se calcula la población en el tiempo?*
- *Población inicial:* $\boldsymbol{P}$ *tasa de crecimiento* $\boldsymbol{i}$
- *Crecimiento i:* $\underline{+ \quad i\,P}$
- *Pob.* 1 *periodo :* $P + i\,P \quad = \quad (1 + i\,)\,P$
- *Población en* 1 *periodo es*

$$P\,(1) = \mathbf{(1 + \boldsymbol{i}\,)}\,P$$

Crecimiento de Poblaciones

- *Población actual* $\boldsymbol{P}$
- *En un periodo* $P \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1 + \boldsymbol{i}\,)}\, P$
- *En 2 periodos* $(1 + i\,)\, P \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1 + \boldsymbol{i}\,)}\, (1 + i\,)\, P$

  $\rightarrow \quad (1 + i\,)^2\, P$
- *En 3 periodos* $(1 + i\,)^2\, C \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1 + \boldsymbol{i}\,)}\, (1 + i\,)^2\, C$

  $\rightarrow \quad (1 + i\,)^3\, C$

  . . .
- *En n periodos* $(1 + i\,)^{n-1} P \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1 + \boldsymbol{i}\,)}(1 + i\,)^{n-1} P$

n periodos

$$\boldsymbol{P(n) = (1 + i\,)^n\, P}$$

Las concesiones de obra pública en Costa Rica

¿Qué tiene que ver la función exponencial con las concesiones de obra pública en Costa Rica?

- Actualizar el valor de la inversión en el tiempo
- *¿Cómo se calcula el valor del dinero en el tiempo?*
- *Valor inicial:* C *tasa de actualización* i
- *Actual.*(*Intereses*) *i:* $\underline{+\ \ i\, C}$
- *"Valor actual":* $C + i\, C \;=\; (1 + i\,)\, C$
- *"Valor actual" en un periodo es* $\mathbf{(1 + \boldsymbol{i}\,)}\, C$

Valor de la inversión en el tiempo

- *"Valor actual"*
- *En un periodo* $C \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1+\mathit{i})}\, C$
- *En 2 periodos* $(1+i)\,C \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1+\mathit{i})}\,(1+i)\,C$

  $\rightarrow \quad (1+i)^2\, C$
- *En 3 periodos* $(1+i)^2\, C \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1+\mathit{i})}\,(1+i)^2\, C$

  $\rightarrow \quad (1+i)^3\, C$

  . . .
- *En n periodos* $(1+i)^{n-1} C \quad \rightarrow \quad \mathbf{(1+\mathit{i})}(1+i)^{n-1} C$

  $\rightarrow \quad (1+i)^n\, C$

Cálculo de pago en préstamo de la casa

$$\boldsymbol{I = 1 + i}$$

- *Préstamo inicial* $\boldsymbol{C}$ *y un pago* $\boldsymbol{P}$
- *Primer mes* $C \rightarrow C\,\mathbf{(1+\mathit{i})} - P = C\,\boldsymbol{I} - P$
- *mes 2:* $C\,\boldsymbol{I} - P \quad \rightarrow (C\,\boldsymbol{I} - P)\,\boldsymbol{I} - P$

  $\rightarrow C\,\boldsymbol{I}^{2} - P\,\boldsymbol{I} - P = C\,\boldsymbol{I}^{2} - (\boldsymbol{I}+1)\,P$
- *mes 3:* $C\,\boldsymbol{I}^{2} - P\,\boldsymbol{I} - P \rightarrow (C\,\boldsymbol{I}^{2} - P\,\boldsymbol{I} - P)\,\boldsymbol{I} - P$

  $\rightarrow C\,\boldsymbol{I}^{3} - P\,\boldsymbol{I}^{2} - P\,\boldsymbol{I} - P = C\,\boldsymbol{I}^{3} - P(\boldsymbol{I}^{2} + \boldsymbol{I} + 1)$

  . . .
- *mes n:* $C\boldsymbol{I}^{n} - P\,(\boldsymbol{I}^{n-1} + \boldsymbol{I}^{n-2} + \ldots + \boldsymbol{I}^{2} + \boldsymbol{I} + 1)$

Cálculo de pago en préstamo de la casa

- *mes n:* $CI^{n} - P\,(\boxed{I^{n-1} + I^{n-1} + \ldots + I^{2} + I + 1}) = 0$

  suma geométrica

$$CI^{n} - P\,\frac{I^{n}-1}{I-1} = 0\,,\quad I = 1 + i\,,\quad i = I - 1$$

$$P\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i} = C\,(1+i)^{n}$$

$$P = \frac{C\,i\,(1+i)^{n}}{(1+i)^{n}-1} = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

Cálculo de pago en préstamo de la casa

- $$P = \frac{C\,i\,(1+i)^{n}}{(1+i)^{n}-1} = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

C = 1 000 000, i = 8%, *a* 20 *años* $\Rightarrow n$ = 240 meses

Se tiene

$$P \approx 8\,364$$

C = 1 000 000, i = 10%, *a* 20 *años* $\Rightarrow n$ = 24 meses

Se tiene

$$P \approx 9\,650$$

Las concesiones en Costa Rica

- *¿Cuántas veces se pagaría en un concesión donde se le reconoce a las empresa un*

  4%, 6%, 8%, 10%, 12%, 14% y 16% a 30 años*?*

- $(1 + 4\,\%)^{30} \approx 3{,}24$ *veces*
- $(1 + 6\,\%)^{30} \approx 5{,}74$ *veces*
- $(1 + 8\,\%)^{30} \approx 10{,}06$ *veces*
- $(1 + 10\%)^{30} \approx 17{,}45$ *veces*
- $(1 + 12\%)^{30} \approx 29{,}96$ *veces*
- $(1 + 14\%)^{30} \approx 50{,}95$ *veces*
- $(1 + 16\%)^{30} \approx 85{,}85$ *veces*

Las concesiones en Costa Rica

14% a 30 años

- $(1 + 4\,\%)^{30} \approx 3{,}24$ *veces* ***15.7***
- $(1 + 6\,\%)^{30} \approx 5{,}74$ *veces* ***8.9***
- $(1 + 8\,\%)^{30} \approx 10{,}06$ *veces* ***5.1***
- $(1 + 10\%)^{30} \approx 17{,}45$ *veces* ***2.9***
- $(1 + 12\%)^{30} \approx 29{,}96$ *veces* ***1.7***
- $(1 + 14\%)^{30} \approx 50{,}95$ *veces*

La tasa de interés anual en tarjeta de crédito

Si en una tarjeta de crédito cobran un 4% mensual.

¿cuánto es el interés anual real?

$$(1 + 4\ \%\ )^{12} \approx\ 1.601 \approx 60\%$$

$$\approx \mathbf{60\%}$$

La tasa de interés anual

Si en una tarjeta de crédito cobran un 5% mensual.

¿cuánto es el interés anual real?

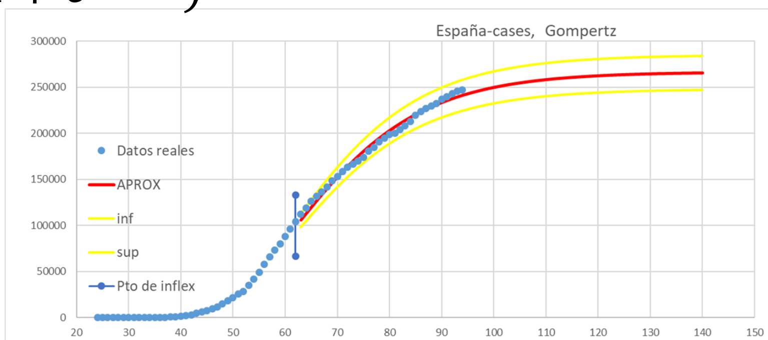
$$(1 + 5\ \%\ )^{12} \approx\ 1.795 \approx 79.5\%$$

$$\approx \mathbf{80\%}$$

Pronóstico de crecimiento de poblaciones (covid-19)

Se puede modelar el número total de casos de una población (covid-19)

$$N = \frac{M}{(1 + e^{at+b})^{\alpha}}$$



FORECASTS OR TRENDS

México

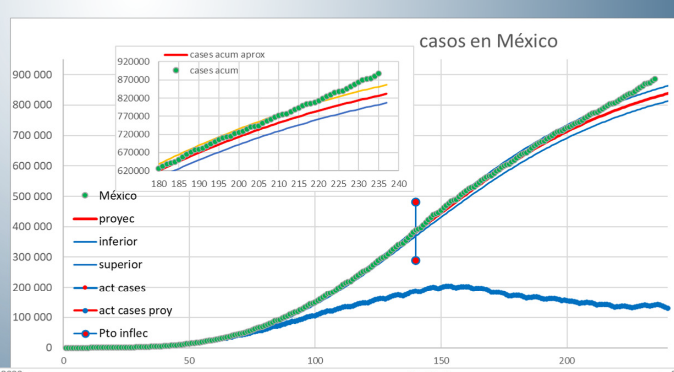
LG –Agosto, 14

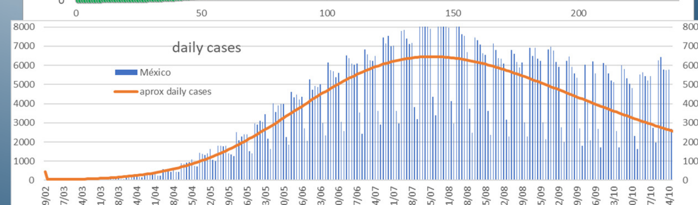
and continues

(30-set)

Fit 736 885

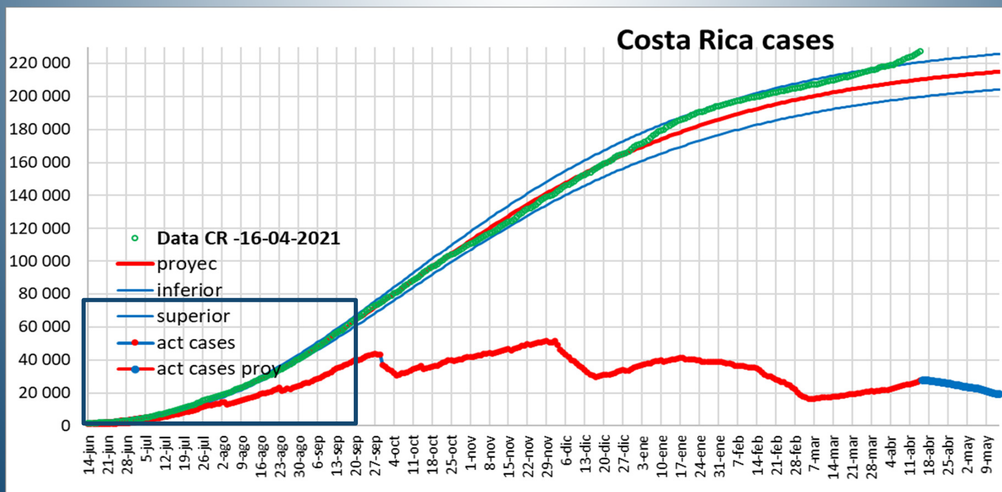
Wdm 738,163





FORECASTS OR TRENDS

Costa Rica LG–September, 19

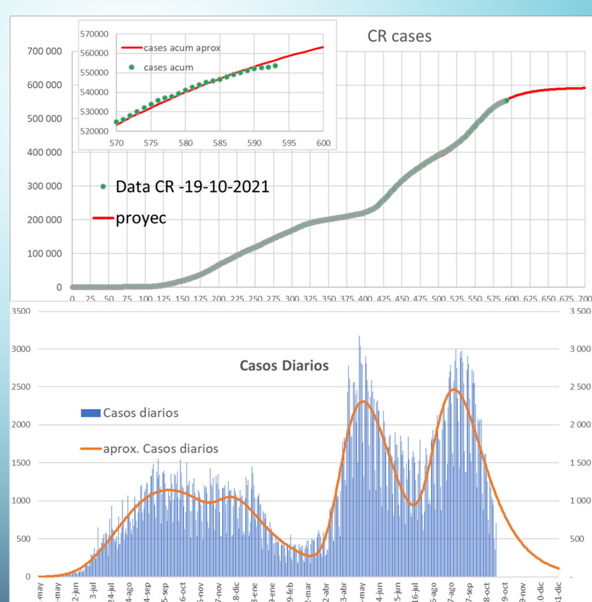


SECOND WAVES AND MORE

Costa Rica

$$
\begin{aligned}
P(t) &= P_0(t)\\
&+ P_1(t-t_1)\\
&+ P_2(t-t_2)\\
&+ \cdots\\
&+ P_n(t-t_n)
\end{aligned}
$$

$$P_i(t) = \frac{M_i}{(1 + e^{-a_i t + b_i})^{\alpha_i}}$$

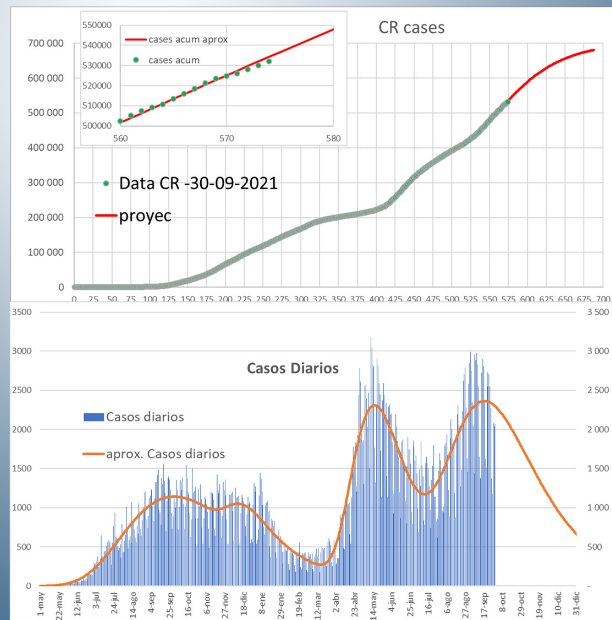


SECOND WAVES AND MORE

Costa Rica

$$
\begin{aligned}
P(t) &= P_0(t)\\
&+ P_1(t-t_1)\\
&+ P_2(t-t_2)\\
&+ \cdots\\
&+ P_n(t-t_n)
\end{aligned}
$$

$$P_i(t) = \frac{M_i}{(1+ e^{-a_i t + b_i})^{\alpha_i}}$$



Conclusiones

- Las calculadoras y computadoras no hacen los cálculos exactamente

¡cometen errores !

¡Se necesitan de los matemáticos!

- Las calculadoras se puede utilizar en Matemática, pero como apoyo, pero **se debe idear formas** en las que ellos no solo la utilicen como un artefacto que sólo sirve para hacer los cálculos más rápido.

Conclusiones

- La función exponencial se utiliza en:
- Crecimiento de poblaciones
- Finanzas
- Calculo de cuotas de prestamos

Cuidado con las tasas de actualización (interés) que se pagan por:

- las concesiones de obra pública,
- prestamos,
- tarjetas, ….

Conclusiones

- El crecimiento de la función exponencial es ……

EXPONENCIAL

Muchas Gracias

. . .

mario.villalobos@ucr.ac.cr

marvillalobos@itcr.ac.cr

- https://matematicascercanas.com/2014/03/10/la-leyenda-del-tablero-de-ajedrez-y-los-granos-de-trigo/